**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ**
**ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ**

**Τίτλος Μαθήματος:** Θεωρία Πολυπλοκότητας

**Ενότητα:** Εισαγωγή στη Θεωρία Πολυπλοκότητας

**Διδάσκων:** Λέκτορας Χάρης Παπαδόπουλος

**Τμήμα:** Μαθηματικών

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Περιεχόμενα

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Αντικείμενο της Θεωρίας Πολυπλοκότητας είναι η μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων, και η κατάταξή τους σε κλάσεις πολυπλοκότητας ανάλογα τους υπολογιστικούς πόρους που αυτά απαιτούν για να επιλυθούν αλγοριθμικά.*

*Κύρια αφορμή για την ανάπτυξη της θεωρίας πολυπλοκότητας είναι η ύπαρξη προβλημάτων που ενώ είναι επιλύσιμα δεν είναι είναι γνωστός κάποιος αποδοτικός αλγόριθμος για την επίλυσή τους.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Αντικείμενο της Θεωρίας Πολυπλοκότητας είναι η μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων, και η κατάταξη τους σε κλάσεις πολυπλοκότητας ανάλογα τους υπολογιστικούς πόρους που αυτά απαιτούν για να επιλυθούν αλγοριθμικά.*

*Κύρια αφορμή για την ανάπτυξη της θεωρίας πολυπλοκότητας είναι η ύπαρξη προβλημάτων που ενώ είναι επιλύσιμα δεν είναι είναι γνωστός κάποιος αποδοτικός αλγόριθμος για την επίλυσή τους.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ (της προτασιακής λογικής) σε συζευκτική κανονική μορφή (σχηματίζεται από φράσεις συνδεδεμένες με λογικό και, όπου κάθε φράση σχηματίζεται από στοιχειώσης προτάσεις (μεταβλητές ή αρνήσεις μεταβλητών) συνδεδεμένες με λογικό ή).*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών (true/false) στις μεταβλητές της $\phi$ που να ικανοποιεί τη $\phi$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ (της προτασιακής λογικής) σε συζευκτική κανονική μορφή (σχηματίζεται από φράσεις συνδεδεμένες με λογικό και, όπου κάθε φράση σχηματίζεται από στοιχειώσης προτάσεις (μεταβλητές ή αρνήσεις μεταβλητών) συνδεδεμένες με λογικό ή).*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών (true/false) στις μεταβλητές της $\phi$ που να ικανοποιεί τη $\phi$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ (της προτασιακής λογικής) σε συζευκτική κανονική μορφή (σχηματίζεται από φράσεις συνδεδεμένες με λογικό και, όπου κάθε φράση σχηματίζεται από στοιχειώσης προτάσεις (μεταβλητές ή αρνήσεις μεταβλητών) συνδεδεμένες με λογικό ή).*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών (true/false) στις μεταβλητές της $\phi$ που να ικανοποιεί τη $\phi$;*

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών $T$, με $T(x_1) = T(x_4) = true$ και $T(x_2) = T(x_3) = false$, ικανοποιεί την $\phi$.*

## Υπολογιστικά προβλήματα

*NAI-στιγμιότυπο:*

$$\phi = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών* $T$, *με* $T(x_1) = T(x_4) =$ *true και* $T(x_2) = T(x_3) =$ *false, ικανοποιεί την* $\phi$.

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$\phi = (x_1) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4)$$

**Ορισμός**

Πρόβλημα 3SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της $\phi$ που να ικανοποιεί τη $\phi$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα 3SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της $\phi$ που να ικανοποιεί τη $\phi$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα 3SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση* $\phi$ *σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της* $\phi$ *που να ικανοποιεί τη* $\phi$;

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$\phi = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)$

*Η ανάθεση αληθοτιμών* $T$, *με* $T(x_1) = T(x_2) = T(x_3) = true$ *και* $T(x_4) = T(x_5) = false$, *ικανοποιεί την* $\phi$.

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$\phi = (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών $T$, με $T(x_1) = T(x_2) = T(x_3) = true$ και $T(x_4) = T(x_5) = false$, ικανοποιεί την $\phi$.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$\begin{aligned}\phi \quad = \quad & (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)\end{aligned}$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα 1in3SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της $\phi$ τέτοια ώστε κάθε φράση της $\phi$ να έχει μία ακριβώς αληθή στοιχειώδη πρόταση;*

## Ορισμός

Πρόβλημα 1in3SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση* $\phi$ *σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της* $\phi$ *τέτοια ώστε κάθε φράση της* $\phi$ *να έχει μία ακριβώς αληθή στοιχειώδη πρόταση;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα 1in3SAT:

Δεδομένα: *Λογική πρόταση* $\phi$ *σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της* $\phi$ *τέτοια ώστε κάθε φράση της* $\phi$ *να έχει μία ακριβώς αληθή στοιχειώδη πρόταση;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$\phi = (\neg x_1 \vee x_4 \vee \neg x_5) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6) \wedge (x_2 \vee x_4 \vee x_6)$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών $T$, με $T(x_3) = T(x_5) = T(x_6) =$ true και $T(x_1) = T(x_2) = T(x_4) =$ false, ακριβώς μία στοιχειώδη πρόταση σε κάθε φράση της $\phi$*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$\phi = (\neg x_1 \vee x_4 \vee \neg x_5) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee \neg x_5 \vee \neg x_6) \wedge (x_2 \vee x_4 \vee x_6)$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών* $T$, *με* $T(x_3) = T(x_5) = T(x_6) =$ *true και* $T(x_1) = T(x_2) = T(x_4) =$ *false*, *ακριβώς μία στοιχειώδη πρόταση σε κάθε φράση της* $\phi$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$\begin{aligned}\phi &= (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge \\ &\quad (x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee x_4)\end{aligned}$$

**Ορισμός**

Πρόβλημα NAE3SAT (Not All Equal 3SAT):

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της $\phi$ τέτοια ώστε σε κάθε φράση της $\phi$ να υπάρχει τουλάχιστον μία αληθής και τουλάχιστον μία ψευδής στοιχειώδης πρόταση;*

## Ορισμός

Πρόβλημα NAE3SAT (Not All Equal 3SAT):

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της $\phi$ τέτοια ώστε σε κάθε φράση της $\phi$ να υπάρχει τουλάχιστον μία αληθής και τουλάχιστον μία ψευδής στοιχειώδης πρόταση;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα NAE3SAT (Not All Equal 3SAT):

Δεδομένα: *Λογική πρόταση* $\phi$ *σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 3 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις.*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της* $\phi$ *τέτοια ώστε σε κάθε φράση της* $\phi$ *να υπάρχει τουλάχιστον μία αληθής και τουλάχιστον μία ψευδής στοιχειώδης πρόταση;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$\begin{aligned}\phi \;=\; & (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge \\ & (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge \\ & (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2 \neg \vee x_3) \wedge \\ & (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)\end{aligned}$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών T, με $T(x_1) = T(x_2) = T(x_3) = true$, καθιστά μία τουλάχιστον μια στοιχειώδη πρόταση αληθή τουλάχιστον μια στοιχειώδη πρόταση ψευδή σε κάθε 3 φράση της $\phi$.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$\begin{aligned}\phi &= (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge \\ &\quad (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge \\ &\quad (x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge \\ &\quad (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge \\ &\quad (\neg x_1 \vee x_2 \neg \vee x_3) \wedge \\ &\quad (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)\end{aligned}$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών $T$, με $T(x_1) = T(x_2) = T(x_3) = true$, καθιστά μία τουλάχιστον μια στοιχειώδη πρόταση αληθή τουλάχιστον μια στοιχειώδη πρόταση ψευδή σε κάθε 3 φράση της $\phi$.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$\begin{aligned}\phi \quad = \quad & (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge \\ & (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)\end{aligned}$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα MAX2SAT

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 2 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις και θετικός ακέραιος $k$*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της $\phi$ τέτοια ώστε να αληθεύουν τουλάχιστον $k$ φράσεις ;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα MAX2SAT

Δεδομένα: *Λογική πρόταση* $\phi$ *σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 2 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις και θετικός ακέραιος k*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της* $\phi$ *τέτοια ώστε να αληθεύουν τουλάχιστον k φράσεις ;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα MAX2SAT

Δεδομένα: *Λογική πρόταση $\phi$ σε συζευκτική κανονική μορφή, στην οποία κάθε φράση σχηματίζεται από 2 ακριβώς στοιχειώδεις προτάσεις και θετικός ακέραιος $k$*

Ερώτημα: *Υπάρχει ανάθεση αληθοτιμών στις μεταβλητές της $\phi$ τέτοια ώστε να αληθεύουν τουλάχιστον $k$ φράσεις ;*

*NAI-στιγμιότυπο:*

$$\phi = (x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2)$$
$$k = 3$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών $T$, με $T(x_1) = T(x_2) = true$ ικανοποιεί 3 φράσεις της $\phi$.*

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$\begin{aligned}\phi &= (x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2)\\ k &= 3\end{aligned}$$

*Η ανάθεση αληθοτιμών $T$, με $T(x_1) = T(x_2) = true$ ικανοποιεί 3 φράσεις της $\phi$.*

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$\begin{aligned}
\phi &= (x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge \\
&\quad (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge \\
&\quad (\neg x_4 \vee \neg x_5) \wedge (\neg x_4 \vee x_5) \wedge (x_4 \vee \neg x_5) \wedge \\
&\quad (x_4 \vee x_3) \wedge (x_5 \vee \neg x_3) \wedge \\
&\quad (x_1 \vee \neg x_5) \wedge (x_2 \vee \neg x_4) \\
k &= 11
\end{aligned}$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα HAMILTON CYCLE

Δεδομένα: *Γράφημα $G$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κύκλος Hamilton (κύκλος που να περνάει μία ακριβώς φορά από κάθε κορυφή);*

### Ορισμός

Πρόβλημα HAMILTON CYCLE

Δεδομένα: *Γράφημα $G$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κύκλος Hamilton (κύκλος που να περνάει μία ακριβώς φορά από κάθε κορυφή);*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

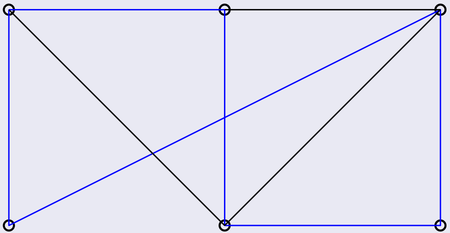
Πρόβλημα HAMILTON CYCLE

Δεδομένα: *Γράφημα G.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο G κύκλος Hamilton (κύκλος που να περνάει μία ακριβώς φορά από κάθε κορυφή)*;

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

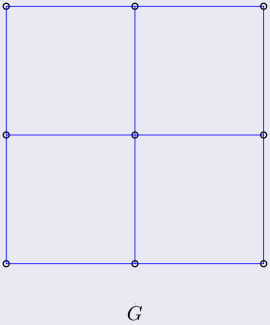


$G$

*Στο γράφημα υπάρχει κύκλος Hamilton, οι ακμές του οποίου δίνονται με μπλέ χρώμα.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*



**Ορισμός**

Πρόβλημα TSP

Δεδομένα: *Γράφημα με βάρη $G$ και αριθμός $B$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κύκλος Hamilton τέτοιος ώστε το άθροισμα των βαρών όλων των ακμών του να είναι το πολύ $B$;*

## Υπολογιστικά προβλήματα

### Ορισμός

Πρόβλημα TSP

Δεδομένα: *Γράφημα με βάρη $G$ και αριθμός $B$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κύκλος Hamilton τέτοιος ώστε το άθροισμα των βαρών όλων των ακμών του να είναι το πολύ $B$;*

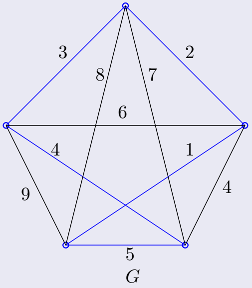
**Ορισμός**

Πρόβλημα TSP

Δεδομένα: *Γράφημα με βάρη G και αριθμός B.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο G κύκλος Hamilton τέτοιος ώστε το **άθροισμα** των βαρών όλων των **ακμών** του **να** είναι το πολύ B;*

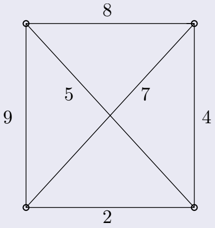
*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*




$B = 16$

*Στο γράφημα υπάρχει κύκλος Hamilton με άθροισμα βαρών* $15 \leq 16$, *οι ακμές του οποίου δίνονται με μπλέ χρώμα.*

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*




$G$

$B = 21$

### Ορισμός

Πρόβλημα INDEPENDENT SET

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ ανεξάρτητο σύνολο κορυφών (σύνολο κορυφών που να είναι ανά δύο μη γειτονικές) μεγέθους τουλάχιστον $k$;*

### Ορισμός

Πρόβλημα INDEPENDENT SET

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ ανεξάρτητο σύνολο κορυφών (σύνολο κορυφών που να είναι ανά δύο μη γειτονικές) μεγέθους τουλάχιστον $k$;*

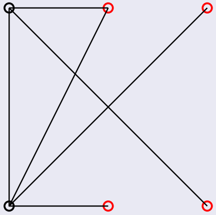
**Ορισμός**

Πρόβλημα INDEPENDENT SET

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ ανεξάρτητο σύνολο κορυφών (σύνολο κορυφών που να είναι ανά δύο μη γειτονικές) μεγέθους τουλάχιστον $k$;*

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*



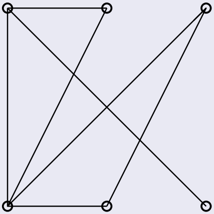
$G$

$k = 4$

*Οι 4 κόκκινες κορυφές αποτελούν ανεξάρτητο σύνολο.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*



$$G$$

$$k = 4$$

## Ορισμός

Πρόβλημα CLIQUE

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κλίκα (σύνολο κορυφών που να είναι ανά δύο γειτονικές) μεγέθους τουλάχιστον $k$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα CLIQUE

Δεδομένα: *Γράφημα* $G$ *και θετικός ακέραιος* $k$.

Ερώτημα: *Υπάρχει στο* $G$ *κλίκα (σύνολο κορυφών που να είναι ανά δύο γειτονικές) μεγέθους τουλάχιστον* $k$;

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

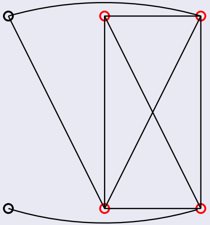
Πρόβλημα CLIQUE

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κλίκα (σύνολο κορυφών που να είναι ανά δύο γειτονικές) μεγέθους τουλάχιστον $k$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*NAI-στιγμιότυπο:*



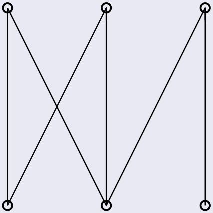
$G$

$k = 4$

*Οι 4 κόκκινες κορυφές αποτελούν κλίκα.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*



$G$

$k = 3$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα NODE COVER ή VERTEX COVER

Δεδομένα: *Γράφημα G και θετικός ακέραιος k.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο G κάλυψη κορυφών (σύνολο κορυφών τέτοιο ώστε κάθε ακμή του G να έχει τουλάχιστον το ένα άκρο της στο σύνολο αυτό) μεγέθους το πολύ k;*

**Ορισμός**

Πρόβλημα NODE COVER ή VERTEX COVER

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κάλυψη κορυφών (σύνολο κορυφών τέτοιο ώστε κάθε ακμή του $G$ να έχει τουλάχιστον το ένα άκρο της στο σύνολο αυτό) μεγέθους το πολύ $k$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

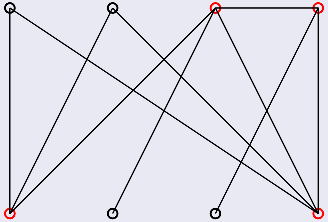
Πρόβλημα NODE COVER ή VERTEX COVER

Δεδομένα: *Γράφημα* $G$ *και θετικός ακέραιος* $k$.

Ερώτημα: *Υπάρχει στο* $G$ *κάλυψη κορυφών (σύνολο κορυφών τέτοιο ώστε κάθε ακμή του* $G$ *να έχει τουλάχιστον το ένα άκρο της στο σύνολο αυτό) μεγέθους το πολύ* $k$;

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*



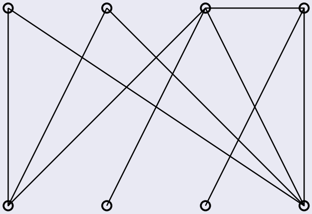
$G$

$k = 4$

*Οι 4 κόκκινες κορυφές αποτελούν κάλυψη κορυφών.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*



$$G$$

$$k = 3$$

## Υπολογιστικά προβλήματα

### Ορισμός

Πρόβλημα EDGE COVER

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κάλυψη ακμών (σύνολο ακμών τέτοιο ώστε κάθε κορυφή του $G$ να είναι άκρο κάποιας ακμής στο σύνολο αυτό) μεγέθους το πολύ $k$;*

### Ορισμός

Πρόβλημα EDGE COVER

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κάλυψη ακμών (σύνολο ακμών τέτοιο ώστε κάθε κορυφή του $G$ να είναι άκρο κάποιας ακμής στο σύνολο αυτό) μεγέθους το πολύ $k$;*

## Υπολογιστικά προβλήματα

### Ορισμός

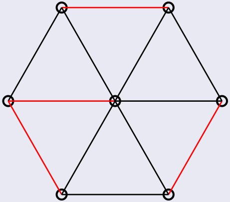
Πρόβλημα EDGE COVER

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $G$ κάλυψη ακμών (σύνολο ακμών τέτοιο ώστε κάθε κορυφή του $G$ να είναι άκρο κάποιας ακμής στο σύνολο αυτό) μεγέθους το πολύ $k$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*NAI-στιγμιότυπο:*



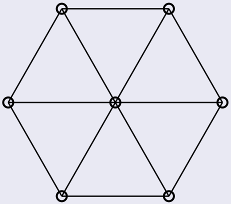
$$G$$

$$k = 4$$

*Οι 4 κόκκινες εκμές αποτελούν κάλυψη ακμών.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*



$G$

$k = 3$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα GRAPH 3-COLORING

Δεδομένα: *Γράφημα G.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χρωματίσουμε τις κορυφές του G με τρία χρώματα έτσι ώστε γειτονικές κορυφές να έχουν διαφορετικά χρώματα;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα GRAPH 3-COLORING

Δεδομένα: *Γράφημα $G$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χρωματίσουμε τις κορυφές του $G$ με τρία χρώματα έτσι ώστε γειτονικές κορυφές να έχουν διαφορετικά χρώματα;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

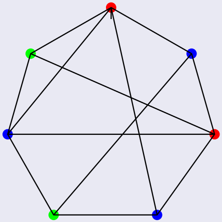
Πρόβλημα GRAPH 3-COLORING

Δεδομένα: *Γράφημα G.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χρωματίσουμε τις κορυφές του G με τρία χρώματα έτσι ώστε γειτονικές κορυφές να έχουν διαφορετικά χρώματα;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

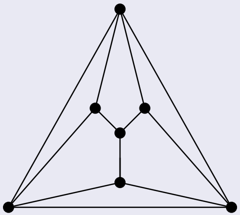
*NAI-στιγμιότυπο:*



$G$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*



$G$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα GRAPH $k$-COLORING

Δεδομένα: *Γράφημα G και θετικός ακέραιος k.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χρωματίσουμε τις κορυφές του G με k χρώματα έτσι ώστε γειτονικές κορυφές να έχουν διαφορετικά χρώματα;*

### Ορισμός

Πρόβλημα GRAPH $k$-COLORING

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χρωματίσουμε τις κορυφές του $G$ με $k$ χρώματα έτσι ώστε γειτονικές κορυφές να έχουν διαφορετικά χρώματα;*

**Ορισμός**

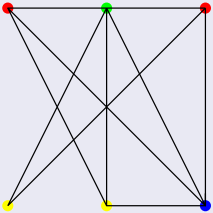
Πρόβλημα GRAPH $k$-COLORING

Δεδομένα: *Γράφημα $G$ και θετικός ακέραιος $k$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χρωματίσουμε τις κορυφές του $G$ με $k$ χρώματα έτσι ώστε γειτονικές κορυφές να έχουν διαφορετικά χρώματα;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*NAI-στιγμιότυπο:*

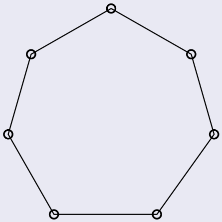


$G$

$k = 4$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*



$G$

$k = 2$

**Ορισμός**

Πρόβλημα PARTITION

Δεδομένα: *Σύνολο $n$ αντικειμένων με βάρη $a_1, \ldots, a_n$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χωρίσουμε τα αντικείμενα σε δύο σύνολα έτσι ώστε τα αθροίσματα των βαρών των αντικειμένων κάθε συνόλου να είναι ίσα ;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα PARTITION

Δεδομένα: *Σύνολο* $n$ *αντικειμένων με βάρη* $a_1, \ldots, a_n$.

Ερώτημα: *Μπορούμε να χωρίσουμε τα αντικείμενα σε δύο σύνολα έτσι ώστε τα αθροίσματα των βαρών των αντικειμένων κάθε συνόλου να είναι ίσα ;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα PARTITION

Δεδομένα: *Σύνολο* $n$ *αντικειμένων με βάρη* $a_1, \ldots, a_n$.

Ερώτημα: *Μπορούμε να χωρίσουμε τα αντικείμενα σε δύο σύνολα έτσι ώστε τα αθροίσματα των βαρών των αντικειμένων κάθε συνόλου να είναι ίσα* ;

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 5, a_2 = 40, a_3 = 18, a_4 = 32, a_5 = 51, a_6 = 37, a_7 = 17.$$

*Ισχύει*

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_6 = a_4 + a_5 + a_7 = 100$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*NAI-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 5, a_2 = 40, a_3 = 18, a_4 = 32, a_5 = 51, a_6 = 37, a_7 = 17.$$

*Ισχύει*

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_6 = a_4 + a_5 + a_7 = 100$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 23, a_2 = 21, a_3 = 31, a_4 = 27$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα BIN PACKING

Δεδομένα: *Σύνολο* $n$ *αντικειμένων με βάρη* $a_1, \ldots, a_n$ *και δύο ακέραιοι* $B$ *και* $C$.

Ερώτημα: *Μπορούμε να χωρίσουμε τα αντικείμενα σε* $B$ *σύνολα έτσι ώστε τα αθροίσματα των βαρών των αντικειμένων κάθε συνόλου να είναι το πολύ* $C$;

**Ορισμός**

Πρόβλημα BIN PACKING

Δεδομένα: *Σύνολο $n$ αντικειμένων με βάρη $a_1, \ldots, a_n$ και δύο ακέραιοι $B$ και $C$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χωρίσουμε τα αντικείμενα σε $B$ σύνολα έτσι ώστε τα αθροίσματα των βαρών των αντικειμένων κάθε συνόλου να είναι το πολύ $C$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα BIN PACKING

Δεδομένα: *Σύνολο $n$ αντικειμένων με βάρη $a_1, \ldots, a_n$ και δύο ακέραιοι $B$ και $C$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να χωρίσουμε τα αντικείμενα σε $B$ σύνολα έτσι ώστε τα αθροίσματα των βαρών των αντικειμένων κάθε συνόλου να είναι το πολύ $C$;*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 3, a_4 = 5, a_5 = 7, a_6 = 5, B = 3, C = 10$$

*Ισχύει*

$$a_1 + a_5 = 10$$

$$a_3 + a_6 = 8 \leq 10$$

$$a_2 + a_4 = 9 \leq 10$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*NAI-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 3, a_4 = 5, a_5 = 7, a_6 = 5, B = 3, C = 10$$

*Ισχύει*

$$a_1 + a_5 = 10$$

$$a_3 + a_6 = 8 \leq 10$$

$$a_2 + a_4 = 9 \leq 10$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 3, a_4 = 5, a_5 = 7, a_6 = 5, B = 3, C = 9$$

**Ορισμός**

Πρόβλημα KNAPSACK

Δεδομένα: *Σύνολο $n$ αντικειμένων με βάρη $a_1, \ldots, a_n$ και αξίες $v_1, \ldots, v_n$ και και δύο ακέραιοι $W$ και $V$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να επιλέξουμε αντικείμενα συνολικής αξίας τουλάχιστον $V$ τα οποία να έχουν βάρος το πολύ $W$;*

**Ορισμός**

Πρόβλημα KNAPSACK

Δεδομένα: *Σύνολο* $n$ *αντικειμένων με βάρη* $a_1, \ldots, a_n$ *και αξίες* $v_1, \ldots, v_n$ *και και δύο ακέραιοι* $W$ *και* $V$.

Ερώτημα: *Μπορούμε να επιλέξουμε αντικείμενα συνολικής αξίας τουλάχιστον* $V$ *τα οποία να έχουν βάρος το πολύ* $W$;

## Ορισμός

Πρόβλημα KNAPSACK

Δεδομένα: *Σύνολο $n$ αντικειμένων με βάρη $a_1, \ldots, a_n$ και αξίες $v_1, \ldots, v_n$ και και δύο ακέραιοι $W$ και $V$.*

Ερώτημα: *Μπορούμε να επιλέξουμε αντικείμενα συνολικής αξίας τουλάχιστον $V$ τα οποία να έχουν βάρος το πολύ $W$;*

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 6, a_2 = 4, a_3 = 3, a_4 = 1$$

$$v_1 = 11, v_2 = 7, v_3 = 5, v_4 = 3$$

$$W = 8, V = 15$$

*Ισχύει*

$$a_2 + a_3 + a_4 = 8$$

$$v_2 + v_3 + v_4 = 15$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 6, a_2 = 4, a_3 = 3, a_4 = 1$$

$$v_1 = 11, v_2 = 7, v_3 = 5, v_4 = 3$$

$$W = 8, V = 15$$

*Ισχύει*

$$a_2 + a_3 + a_4 = 8$$

$$v_2 + v_3 + v_4 = 15$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$$a_1 = 7, a_2 = 8, a_3 = 9, a_4 = 3$$

$$v_1 = 9, v_2 = 10, v_3 = 12, v_4 = 2$$

$$W = 14, V = 15$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

## Ορισμός

Πρόβλημα TRIPARTITE MATCHING ή 3-DIMENSIONAL-MATCHING

Δεδομένα: *Σύνολα $A, B, C$ με $n$ αντικειμένων το καθένα και σύνολο τριάδων $R \subseteq A \times B \times C$.*

Ερώτημα: *Υπάρχει στο $R$ τριμερές ταίριασμα (σύνολο $n$ τριάδων, στο οποίο κάθε στοιχείο των $A, B, C$ να εμφανίζεται μία ακριβώς φορά);*

**Ορισμός**

Πρόβλημα TRIPARTITE MATCHING ή 3-DIMENSIONAL-MATCHING

Δεδομένα: *Σύνολα* $A, B, C$ *με* $n$ *αντικειμένων το καθένα και σύνολο τριάδων* $R \subseteq A \times B \times C$.

Ερώτημα: *Υπάρχει στο* $R$ *τριμερές ταίριασμα (σύνολο* $n$ *τριάδων, στο οποίο κάθε στοιχείο των* $A, B, C$ *να εμφανίζεται μία ακριβώς φορά);*

**Ορισμός**

Πρόβλημα TRIPARTITE MATCHING ή 3-DIMENSIONAL-MATCHING

Δεδομένα: *Σύνολα* $A, B, C$ *με* $n$ *αντικειμένων το καθένα και σύνολο τριάδων* $R \subseteq A \times B \times C$.

Ερώτημα: *Υπάρχει στο* $R$ *τριμερές ταίριασμα (σύνολο* $n$ *τριάδων, στο οποίο κάθε στοιχείο των* $A, B, C$ *να εμφανίζεται μία ακριβώς φορά);*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*ΝΑΙ-στιγμιότυπο:*

$A = \{a, b, c\},\ B = \{1, 2, 3\},\ C = \{\clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\},$
$R = \{(a, 2, \clubsuit), (b, 2, \diamondsuit), (b, 3, \heartsuit), (c, 1, \clubsuit), (c, 1, \diamondsuit)\}$

*Το* $\{(a, 2, \clubsuit), (b, 3, \heartsuit), (c, 1, \diamondsuit)\}$ ***αποτελεί τριμερές ταίριασμα.***

*ΟΧΙ-στιγμιότυπο:*

$A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{\clubsuit, \diamondsuit, \heartsuit\}$,
$R = \{(a, 3, \clubsuit), (b, 2, \diamondsuit), (b, 3, \heartsuit), (c, 1, \clubsuit), (c, 1, \diamondsuit)\}$

# Υπολογιστικά προβλήματα

Ερώτημα: *ποιά είναι τα κοινά χαρακτηριστικά που συνδέουν όλα τα παραπάνω προβλήματα;*

- *Καθένα έχει ένα άπειρο πλήθος από δυνατές εισόδους. Το μέγεθος της εισόδου μπορεί να γίνει οσοδήποτε μεγάλο.*
- *Όλα αναμένουμε ότι μπορούν να επιλυθούν με τη βοήθεια υπολογιστή (αλγοριθμικά). Με άλλα λόγια είναι υπολογιστικά προβλήματα.*
- *Όλα είναι προβλήματα απόφασης. Για κάθε είσοδο, η απάντηση είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

Ερώτημα: *ποιά είναι τα κοινά χαρακτηριστικά που συνδέουν όλα τα παραπάνω προβλήματα;*

- *Καθένα έχει ένα άπειρο πλήθος από δυνατές εισόδους. Το μέγεθος της εισόδου μπορεί να γίνει οσοδήποτε μεγάλο.*
- *Όλα αναμένουμε ότι μπορούν να επιλυθούν με τη βοήθεια υπολογιστή (αλγοριθμικά). Με άλλα λόγια είναι υπολογιστικά προβλήματα.*
- *Όλα είναι προβλήματα απόφασης. Για κάθε είσοδο, η απάντηση είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

Ερώτημα: *ποιά είναι τα κοινά χαρακτηριστικά που συνδέουν όλα τα παραπάνω προβλήματα;*

- *Καθένα έχει ένα άπειρο πλήθος από δυνατές εισόδους. Το μέγεθος της εισόδου μπορεί να γίνει οσοδήποτε μεγάλο.*
- *Όλα αναμένουμε ότι μπορούν να επιλυθούν με τη βοήθεια υπολογιστή (αλγοριθμικά). Με άλλα λόγια είναι υπολογιστικά προβλήματα.*
- *Όλα είναι προβλήματα απόφασης. Για κάθε είσοδο, η απάντηση είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

Ερώτημα: *ποιά είναι τα κοινά χαρακτηριστικά που συνδέουν όλα τα παραπάνω προβλήματα;*

- *Καθένα έχει ένα άπειρο πλήθος από δυνατές εισόδους. Το μέγεθος της εισόδου μπορεί να γίνει οσοδήποτε μεγάλο.*
- *Όλα αναμένουμε ότι μπορούν να επιλυθούν με τη βοήθεια υπολογιστή (αλγοριθμικά). Με άλλα λόγια είναι υπολογιστικά προβλήματα.*
- *Όλα είναι προβλήματα απόφασης. Για κάθε είσοδο, η απάντηση είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Σε όλο τα παραπάνω προβλήματα καλούμαστε να απαντήσουμε στο αν αληθεύει μία πρόταση της μορφής* $\exists X \phi(X)$, *όπου το* $X$ *είναι μία σχέση και* $\phi(X)$ *μία πρόταση της πρωτοβάθμιας λογικής.*
- *Όλα επιλύονται από τον παρακάτω εξαντλητικό αλγόριθμο: Κατασκεύασε όλες τις δυνατές σχέσεις* $X$ *και έλεγξε αν για κάποια από αυτές αληθεύει η* $\phi$.

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Σε όλο τα παραπάνω προβλήματα καλούμαστε να απαντήσουμε στο αν αληθεύει μία πρόταση της μορφής $\exists X \phi(X)$, όπου το $X$ είναι μία σχέση και $\phi(X)$ μία πρόταση της πρωτοβάθμιας λογικής.*
- *Όλα επιλύονται από τον παρακάτω εξαντλητικό αλγόριθμο: Κατασκεύασε όλες τις δυνατές σχέσεις $X$ και έλεγξε αν για κάποια από αυτές αληθεύει η $\phi$.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΝΑΙ τότε υπάρχει ένα πιστοποιητικό για αυτό το οποίο:*
  - *έχει μέγεθος πολυωνυμικό ως πρός την είσοδο*
  - *μπορεί να ελεχθεί σε πολυωνυμικό χρόνο*
- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΟΧΙ τότε δεν φαίνεται να ισχύει κάτι αντίστοιχο.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΝΑΙ τότε υπάρχει ένα πιστοποιητικό για αυτό το οποίο:*
  - *έχει μέγεθος πολυωνυμικό ως πρός την είσοδο*
  - *μπορεί να ελεχθεί σε πολυωνυμικό χρόνο*
- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΟΧΙ τότε δεν φαίνεται να ισχύει κάτι αντίστοιχο.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΝΑΙ τότε υπάρχει ένα πιστοποιητικό για αυτό το οποίο:*
  - *έχει μέγεθος πολυωνυμικό ως πρός την είσοδο*
  - *μπορεί να ελεχθεί σε πολυωνυμικό χρόνο*
- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΟΧΙ τότε δεν φαίνεται να ισχύει κάτι αντίστοιχο.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΝΑΙ τότε υπάρχει ένα πιστοποιητικό για αυτό το οποίο:*
    - *έχει μέγεθος πολυωνυμικό ως πρός την είσοδο*
    - *μπορεί να ελεχθεί σε πολυωνυμικό χρόνο*
- *Αν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΟΧΙ τότε δεν φαίνεται να ισχύει κάτι αντίστοιχο.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Όλα επιλύονται από τον παρακάτω μη-ντετερμινιστικό πολυωνυμικό αλγόριθμο: Κατασκεύασε μή ντετερμινιστικά το πιστοποιητικό, έλεγξέ το ντετερμινιστικά και δώσε ως απάντηση το αποτέλεσμα του ελέγχου.*
- *Για κανένα από τα παραπάνω προβλήματα δεν είναι γνωστός κάποιος ντετερμινιστικός πολυωνυμικός αλγόριθμος.*
- *Για κανένα από τα παραπάνω προβλήματα δεν έχει αποδειχτεί ότι δεν υπάρχει πολυωνυμικός αλγόριθμος.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Όλα επιλύονται από τον παρακάτω μη-ντετερμινιστικό πολυωνυμικό αλγόριθμο: Κατασκεύασε μή ντετερμινιστικά το πιστοποιητικό, έλεγξέ το ντετερμινιστικά και δώσε ως απάντηση το αποτέλεσμα του ελέγχου.*
- *Για κανένα από τα παραπάνω προβλήματα δεν είναι γνωστός κάποιος ντετερμινιστικός πολυωνυμικός αλγόριθμος.*
- *Για κανένα από τα παραπάνω προβλήματα δεν έχει αποδειχτεί ότι δεν υπάρχει πολυωνυμικός αλγόριθμος.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Όλα επιλύονται από τον παρακάτω μη-ντετερμινιστικό πολυωνυμικό αλγόριθμο: Κατασκεύασε μή ντετερμινιστικά το πιστοποιητικό, έλεγξέ το ντετερμινιστικά και δώσε ως απάντηση το αποτέλεσμα του ελέγχου.*
- *Για κανένα από τα παραπάνω προβλήματα δεν είναι γνωστός κάποιος ντετερμινιστικός πολυωνυμικός αλγόριθμος.*
- *Για κανένα από τα παραπάνω προβλήματα δεν έχει αποδειχτεί ότι δεν υπάρχει πολυωνυμικός αλγόριθμος.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Για οποιαδήποτε προβλήματα $A, B$ ανάμεσα στα παραπάνω το $A$ ανάγεται στο $B$ σε πολυωνυμικό χρόνο. Αυτό σημαίνει ότι με δεδομένη μία οποιαδήποτε είσοδο $x$ για το $A$ κατασκευάζουμε σε πολυωνυμικό χρόνο μία είσοδο $y$ για το $B$ έτσι ώστε η απάντηση για το πρόβλημα $A$ με είσοδο $x$ να είναι ίδια με την απάντηση απάντηση για το πρόβλημα $B$ με είσοδο $y$.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Με βάση το προηγούμενο, αν υπάρχει πολυωνυμικός αλγόριθμος για κάποιο από τα προβλήματα, τότε υπάρχει και για τα υπόλοιπα.*

- *Επίσης αν για κάποιο από τα παραπάνω προβλήματα, όταν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΟΧΙ τότε υπάρχει ένα πιστοποιητικό για αυτό το οποίο:*
    - *έχει μέγεθος πολυωνυμικό ως πρός την είσοδο*
    - *μπορεί να ελεχθεί σε πολυωνυμικό χρόνο*

  *τότε υπάρχει ανάλογο πιστοποιητικό και για τα υπόλοιπα προβλήματα.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

- *Με βάση το προηγούμενο, αν υπάρχει πολυωνυμικός αλγόριθμος για κάποιο από τα προβλήματα, τότε υπάρχει και για τα υπόλοιπα.*
- *Επίσης αν για κάποιο από τα παραπάνω προβλήματα, όταν η απάντηση για μία δεδομένη είσοδο είναι ΟΧΙ τότε υπάρχει ένα πιστοποιητικό για αυτό το οποίο:*
    - *έχει μέγεθος πολυωνυμικό ως πρός την είσοδο*
    - *μπορεί να ελεχθεί σε πολυωνυμικό χρόνο*

  *τότε υπάρχει ανάλογο πιστοποιητικό και για τα υπόλοιπα προβλήματα.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Ενα* **υπολογιστικό πρόβλημα** *έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:*

- *Για κάθε ενδεχόμενη είσοδο υπάρχει ένα μή κενό σύνολο από αποδεκτές εξόδους.*
- *Οι είσοδοι και οι έξοδοι μπορούν να περιγραφούν ως συμβολοακολουθίες από κάποιο πεπερασμένο αλφάβητο.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Ενα* **υπολογιστικό πρόβλημα** *έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά:*

- *Για κάθε ενδεχόμενη είσοδο υπάρχει ένα μή κενό σύνολο από αποδεκτές εξόδους.*
- *Οι είσοδοι και οι έξοδοι μπορούν να περιγραφούν ως συμβολοακολουθίες από κάποιο πεπερασμένο αλφάβητο.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Ενα υπολογιστικό πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί από διμελή σχέση $R$ επί του $\Sigma^*$, όπου $\Sigma$ είναι ένα πεπερασμένο αλφάβητο έτσι ώστε:*

$(x, y) \in R$ *ανν το* $y$ *είναι απόδεκτή έξοδος για την είσοδο* $x$.

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Ενα υπολογιστικό πρόβλημα μπορεί να περιγραφεί από διμελή σχέση $R$ επί του $\Sigma^*$, όπου $\Sigma$ είναι ένα πεπερασμένο αλφάβητο έτσι ώστε:*

$$(x, y) \in R \text{ ανν το } y \text{ είναι απόδεκτή έξοδος για την είσοδο } x.$$

# Υπολογιστικά προβλήματα

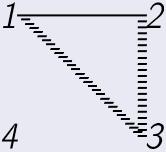
**Ερώτηση:** *Είναι αρκετά γενικός ο παραπάνω ορισμός του υπολογιστικού προβλήματος· Μπορούμε να παραστήσουμε γραφηματα με συμβολοακολουθίες·*

**Απάντηση:** *Μπορούμε να παραστήσουμε γραφήματα με συμβολοακολουθίες και μάλιστα με περισσότερους από έναν τρόπους*

**Ερώτηση**: *Είναι αρκετά γενικός ο παραπάνω ορισμός του υπολογιστικού προβλήματος· Μπορούμε να παραστήσουμε γραφηματα με συμβολοακολουθίες·*

**Απάντηση**: *Μπορούμε να παραστήσουμε γραφήματα με συμβολοακολουθίες και μάλιστα με περισσότερους από έναν τρόπους*

# Υπολογιστικά προβλήματα



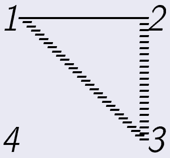

100,(1,10),(1,11),(10,11)

1:10,11·10:1,11·11:1,10·100:.

100,[0110,1010,1100,0000]

0110101011000000

# Υπολογιστικά προβλήματα



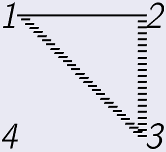

100,(1,10),(1,11),(10,11)

1:10,11·10:1,11·11:1,10·100:.

100,[0110,1010,1100,0000]

0110101011000000

# Υπολογιστικά προβλήματα



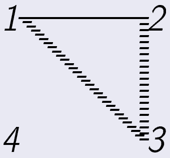

*100,(1,10),(1,11),(10,11)*

*1:10,11·10:1,11·11:1,10·100:.*

*100,[0110,1010,1100,0000]*

*0110101011000000*

# Υπολογιστικά προβλήματα



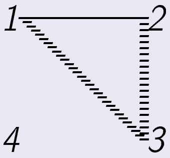

*100,(1,10),(1,11),(10,11)*

*1:10,11·10:1,11·11:1,10·100:.*

*100,[0110,1010,1100,0000]*

*0110101011000000*

# Υπολογιστικά προβλήματα




*100,(1,10),(1,11),(10,11)*

*1:10,11·10:1,11·11:1,10·100:.*

*100,[0110,1010,1100,0000]*

*0110101011000000*

# Κατηγορίες υπολογιστικών προβλημάτων

**Πρόβλημα Αναζήτησης:** *Είναι η γενικότερη μορφή υπολογιστικού προβλήματος. Για κάθε είσοδο ενδέχεται να υπάρχουν περισσότερες από μία αποδεκτές έξοδοι και ζητείται να βρούμε μία από αυτές.*

**Πρόβλημα Υπολογισμού Συνάρτησης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος.*

**Πρόβλημα Απόφασης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος πού είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ. Μπορεί να περιγραφεί με ένα υποσύνολο του $\Sigma^*$, το οποίο περιέχει τις εισόδους για τις οποίες η έξοδος είναι ΝΑΙ.*

**Πρόβλημα Αναζήτησης:** *Είναι η γενικότερη μορφή υπολογιστικού προβλήματος. Για κάθε είσοδο ενδέχεται να υπάρχουν περισσότερες από μία αποδεκτές έξοδοι και ζητείται να βρούμε μία από αυτές.*

**Πρόβλημα Υπολογισμού Συνάρτησης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος.*

**Πρόβλημα Απόφασης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος πού είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ. Μπορεί να περιγραφεί με ένα υποσύνολο του $\Sigma^*$, το οποίο περιέχει τις εισόδους για τις οποίες η έξοδος είναι ΝΑΙ.*

**Πρόβλημα Αναζήτησης:** *Είναι η γενικότερη μορφή υπολογιστικού προβλήματος. Για κάθε είσοδο ενδέχεται να υπάρχουν περισσότερες από μία αποδεκτές έξοδοι και ζητείται να βρούμε μία από αυτές.*

**Πρόβλημα Υπολογισμού Συνάρτησης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος.*

**Πρόβλημα Απόφασης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος πού είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ. Μπορεί να περιγραφεί με ένα υποσύνολο του $\Sigma^*$, το οποίο περιέχει τις εισόδους για τις οποίες η έξοδος είναι ΝΑΙ.*

# Κατηγορίες υπολογιστικών προβλημάτων

**Πρόβλημα Αναζήτησης:** *Είναι η γενικότερη μορφή υπολογιστικού προβλήματος. Για κάθε είσοδο ενδέχεται να υπάρχουν περισσότερες από μία αποδεκτές έξοδοι και ζητείται να βρούμε μία από αυτές.*

**Πρόβλημα Υπολογισμού Συνάρτησης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος.*

**Πρόβλημα Απόφασης:** *Για κάθε είσοδο υπάρχει μία ακριβώς αποδεκτή έξοδος πού είναι είτε ΝΑΙ είτε ΟΧΙ. Μπορεί να περιγραφεί με ένα υποσύνολο του* $\Sigma^*$*, το οποίο περιέχει τις εισόδους για τις οποίες η έξοδος είναι ΝΑΙ.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Σε κάθε υπολογιστικό πρόβλημα Π μπορούμε να αντιστοιχίσουμε ένα πρόβλημα απόφασης, το οποίο δεν είναι δυσκολότερο να επιλυθεί σε σύγκριση με το Π, με την έννοια ότι αν έχουμε έναν αλγόριθμο για το Π, μπορούμε να τον τροποποιήσουμε ώστε να επιλύσουμε το αντίστοιχο πρόβλημα απόφασης.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Στη θεωρία πολυπλοκότητας μας ενδιαφέρει να εξετάσουμε την ενδογενή δυσκολία των επιλύσιμων προβλημάτων και για αυτό το σκοπό περιοριζόμαστε σε προβλήματα απόφασης, η δυσκολία των οποίων αποτελεί κάτω φράγμα για τη δυσκολία των αντίστοιχων γενικών προβλημάτων.*

# Υπολογιστικά προβλήματα

*Στο πλαίσιο του μαθήματος θα αναφερόμαστε συχνά σε ιδιότητες προβλημάτων απόφασης, εννοώντας ότι οι αντίστοιχες γλώσσες έχουν τις συγκεκριμένες ιδιότητες.*

# Αποδοτικοί αλγόριθμοι

*Στη συνέχεια θα θεωρούμε ως **αποδοτικό αλγόριθμο** έναν αλγόριθμο με πολυωνυμικό χρόνο εκτέλεσης. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα πολυώνυμο $p$ τέτοιο ώστε για κάθε είσοδο $x$ ο αλγόριθμος να τερματίζει μετά από το πολύ $p(|X|)$ βήματα (ο χρόνος κάθε βήματος είναι ανεξάρτητος από την είσοδο).*

# Αποδοτικοί αλγόριθμοι

*Ο χαρακτηρισμός αυτός*

- *είναι ανεξάρτητος από το συγκεκριμένο υπολογιστικό μοντέλο, καθώς όλα τα ρεαλιστικά υπολογιστικά μοντέλα που έχουν προταθεί εξομοιώνουν το ένα το άλλο με πολυωνυμική απώλεια χρόνου.*
- *είναι ανεξάρτητος από την αναπαράσταση της εισόδου, εφόσον αυτή δεν περιέχει άχρηστη πληροφορία.*
- *δείχνει κατάλληλος, καθώς οι περισσότεροι πολυωνυμικοί αλγόριθμοι είναι πράγματι αποδοτικοί και το αντίστροφο.*
- *βοηθάει στην ανάπτυξη μίας θεωρίας, η οποία είναι χρήσιμη για την μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων.*
- ...

# Αποδοτικοί αλγόριθμοι

*Ο χαρακτηρισμός αυτός*

- *είναι ανεξάρτητος από το συγκεκριμένο υπολογιστικό μοντέλο, καθώς όλα τα ρεαλιστικά υπολογιστικά μοντέλα που έχουν προταθεί εξομοιώνουν το ένα το άλλο με πολυωνυμική απώλεια χρόνου.*
- *είναι ανεξάρτητος από την αναπαράσταση της εισόδου, εφόσον αυτή δεν περιέχει άχρηστη πληροφορία.*
- *δείχνει κατάλληλος, καθώς οι περισσότεροι πολυωνυμικοί αλγόριθμοι είναι πράγματι αποδοτικοί και το αντίστροφο.*
- *βοηθάει στην ανάπτυξη μίας θεωρίας, η οποία είναι χρήσιμη για την μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων.*
- ...

# Αποδοτικοί αλγόριθμοι

*Ο χαρακτηρισμός αυτός*

- *είναι ανεξάρτητος από το συγκεκριμένο υπολογιστικό μοντέλο, καθώς όλα τα ρεαλιστικά υπολογιστικά μοντέλα που έχουν προταθεί εξομοιώνουν το ένα το άλλο με πολυωνυμική απώλεια χρόνου.*
- *είναι ανεξάρτητος από την αναπαράσταση της εισόδου, εφόσον αυτή δεν περιέχει άχρηστη πληροφορία.*
- *δείχνει κατάλληλος, καθώς οι περισσότεροι πολυωνυμικοί αλγόριθμοι είναι πράγματι αποδοτικοί και το αντίστροφο.*
- *βοηθάει στην ανάπτυξη μίας θεωρίας, η οποία είναι χρήσιμη για την μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων.*
- *...*

# Αποδοτικοί αλγόριθμοι

*Ο χαρακτηρισμός αυτός*

- *είναι ανεξάρτητος από το συγκεκριμένο υπολογιστικό μοντέλο, καθώς όλα τα ρεαλιστικά υπολογιστικά μοντέλα που έχουν προταθεί εξομοιώνουν το ένα το άλλο με πολυωνυμική απώλεια χρόνου.*
- *είναι ανεξάρτητος από την αναπαράσταση της εισόδου, εφόσον αυτή δεν περιέχει άχρηστη πληροφορία.*
- *δείχνει κατάλληλος, καθώς οι περισσότεροι πολυωνυμικοί αλγόριθμοι είναι πράγματι αποδοτικοί και το αντίστροφο.*
- *βοηθάει στην ανάπτυξη μίας θεωρίας, η οποία είναι χρήσιμη για την μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων.*
- *...*

# Αποδοτικοί αλγόριθμοι

*Ο χαρακτηρισμός αυτός*

- *είναι ανεξάρτητος από το συγκεκριμένο υπολογιστικό μοντέλο, καθώς όλα τα ρεαλιστικά υπολογιστικά μοντέλα που έχουν προταθεί εξομοιώνουν το ένα το άλλο με πολυωνυμική απώλεια χρόνου.*
- *είναι ανεξάρτητος από την αναπαράσταση της εισόδου, εφόσον αυτή δεν περιέχει άχρηστη πληροφορία.*
- *δείχνει κατάλληλος, καθώς οι περισσότεροι πολυωνυμικοί αλγόριθμοι είναι πράγματι αποδοτικοί και το αντίστροφο.*
- *βοηθάει στην ανάπτυξη μίας θεωρίας, η οποία είναι χρήσιμη για την μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων.*
- ...

# Αποδοτικοί αλγόριθμοι

*Ο χαρακτηρισμός αυτός*

- *είναι ανεξάρτητος από το συγκεκριμένο υπολογιστικό μοντέλο, καθώς όλα τα ρεαλιστικά υπολογιστικά μοντέλα που έχουν προταθεί εξομοιώνουν το ένα το άλλο με πολυωνυμική απώλεια χρόνου.*
- *είναι ανεξάρτητος από την αναπαράσταση της εισόδου, εφόσον αυτή δεν περιέχει άχρηστη πληροφορία.*
- *δείχνει κατάλληλος, καθώς οι περισσότεροι πολυωνυμικοί αλγόριθμοι είναι πράγματι αποδοτικοί και το αντίστροφο.*
- *βοηθάει στην ανάπτυξη μίας θεωρίας, η οποία είναι χρήσιμη για την μελέτη των υπολογιστικών προβλημάτων.*
- ...

# Στόχοι της Θεωρίας Πολυπλοκότητας

*Στη θεωρία πολυπλοκότητας μας ενδιαφέρει η κατάταξη των προβλημάτων σε κλάσεις ανάλογα με τους υπολογιστικούς πόρους που αυτά απαιτούν για να επιλυθούν. Ειδικότερα:*

- *Ορίζουμε κλάσεις πολυπλοκότητας*
- *Βρίσκουμε σχέσεις ανάμεσα στις κλάσεις*
- *Βρίσκουμε αντιπροσωπευτικά προβλήματα κάθε κλάσης*

# Στόχοι της Θεωρίας Πολυπλοκότητας

*Στη θεωρία πολυπλοκότητας μας ενδιαφέρει η κατάταξη των προβλημάτων σε κλάσεις ανάλογα με τους υπολογιστικούς πόρους που αυτά απαιτούν για να επιλυθούν. Ειδικότερα:*

- *Ορίζουμε κλάσεις πολυπλοκότητας*
- *Βρίσκουμε σχέσεις ανάμεσα στις κλάσεις*
- *Βρίσκουμε αντιπροσωπευτικά προβλήματα κάθε κλάσης*

# Στόχοι της Θεωρίας Πολυπλοκότητας

*Στη θεωρία πολυπλοκότητας μας ενδιαφέρει η κατάταξη των προβλημάτων σε κλάσεις ανάλογα με τους υπολογιστικούς πόρους που αυτά απαιτούν για να επιλυθούν. Ειδικότερα:*

- *Ορίζουμε κλάσεις πολυπλοκότητας*
- *Βρίσκουμε σχέσεις ανάμεσα στις κλάσεις*
- *Βρίσκουμε αντιπροσωπευτικά προβλήματα κάθε κλάσης*

# Στόχοι της Θεωρίας Πολυπλοκότητας

*Στη θεωρία πολυπλοκότητας μας ενδιαφέρει η κατάταξη των προβλημάτων σε κλάσεις ανάλογα με τους υπολογιστικούς πόρους που αυτά απαιτούν για να επιλυθούν. Ειδικότερα:*

- *Ορίζουμε κλάσεις πολυπλοκότητας*
- *Βρίσκουμε σχέσεις ανάμεσα στις κλάσεις*
- *Βρίσκουμε αντιπροσωπευτικά προβλήματα κάθε κλάσης*

# Κλάσεις Πολυπλοκότητας

*Μία κλάση πολυπλοκότητας καθορίζεται συνήθως από τα παρακάτω πέντε στοιχεία:*

- *Κατηγορία υπολογιστικών προβλημάτων τα οποία περιέχει (απόφασης, αναζήτησης, βελτιστοποίησης ...)*
- *Υπολογιστικό Μοντέλο (Μηχανή Τυρινγ, ΡΑΜ, ...)*
- *Τύπο υπολογισμού (ντετερμινιστικός, μή ντετερμινιστικός, πιθανοτικός, ...)*
- *Υπολογιστικό αγαθό που αποτελεί το μέτρο πολυπλοκότητας (χρόνο, χώρο, τυχαία βιτ, επεξεργαστές, μηνύματα, ...)*
- *Οριο για το υπολογιστικό αγαθό (συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου)*

# Κλάσεις Πολυπλοκότητας

*Μία κλάση πολυπλοκότητας καθορίζεται συνήθως από τα παρακάτω πέντε στοιχεία:*

- *Κατηγορία υπολογιστικών προβλημάτων τα οποία περιέχει (απόφασης, αναζήτησης, βελτιστοποίησης ...)*
- *Υπολογιστικό Μοντέλο (Μηχανή Τυρινγ, PAM, ...)*
- *Τύπο υπολογισμού (ντετερμινιστικός, μή ντετερμινιστικός, πιθανοτικός, ...)*
- *Υπολογιστικό αγαθό που αποτελεί το μέτρο πολυπλοκότητας (χρόνο, χώρο, τυχαία βιτ, επεξεργαστές, μηνύματα, ...)*
- *Οριο για το υπολογιστικό αγαθό (συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου)*

# Κλάσεις Πολυπλοκότητας

*Μία κλάση πολυπλοκότητας καθορίζεται συνήθως από τα παρακάτω πέντε στοιχεία:*

- *Κατηγορία υπολογιστικών προβλημάτων τα οποία περιέχει (απόφασης, αναζήτησης, βελτιστοποίησης ...)*
- *Υπολογιστικό Μοντέλο (Μηχανή Τυρινγ, ΡΑΜ, ...)*
- *Τύπο υπολογισμού (ντετερμινιστικός, μή ντετερμινιστικός, πιθανοτικός, ...)*
- *Υπολογιστικό αγαθό που αποτελεί το μέτρο πολυπλοκότητας (χρόνο, χώρο, τυχαία βιτ, επεξεργαστές, μηνύματα, ...)*
- *Οριο για το υπολογιστικό αγαθό (συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου)*

# Κλάσεις Πολυπλοκότητας

*Μία κλάση πολυπλοκότητας καθορίζεται συνήθως από τα παρακάτω πέντε στοιχεία:*

- *Κατηγορία υπολογιστικών προβλημάτων τα οποία περιέχει (απόφασης, αναζήτησης, βελτιστοποίησης ...)*
- *Υπολογιστικό Μοντέλο (Μηχανή Τυρινγ, PAM, ...)*
- *Τύπο υπολογισμού (ντετερμινιστικός, μή ντετερμινιστικός, πιθανοτικός, ...)*
- *Υπολογιστικό αγαθό που αποτελεί το μέτρο πολυπλοκότητας (χρόνο, χώρο, τυχαία βιτ, επεξεργαστές, μηνύματα, ...)*
- *Οριο για το υπολογιστικό αγαθό (συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου)*

# Κλάσεις Πολυπλοκότητας

*Μία κλάση πολυπλοκότητας καθορίζεται συνήθως από τα παρακάτω πέντε στοιχεία:*

- *Κατηγορία υπολογιστικών προβλημάτων τα οποία περιέχει (απόφασης, αναζήτησης, βελτιστοποίησης ...)*
- *Υπολογιστικό Μοντέλο (Μηχανή Τυρινγ, ΡΑΜ, ...)*
- *Τύπο υπολογισμού (ντετερμινιστικός, μή ντετερμινιστικός, πιθανοτικός, ...)*
- *Υπολογιστικό αγαθό που αποτελεί το μέτρο πολυπλοκότητας (χρόνο, χώρο, τυχαία βιτ, επεξεργαστές, μηνύματα, ...)*
- *Οριο για το υπολογιστικό αγαθό (συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου)*

# Κλάσεις Πολυπλοκότητας

*Μία κλάση πολυπλοκότητας καθορίζεται συνήθως από τα παρακάτω πέντε στοιχεία:*

- *Κατηγορία υπολογιστικών προβλημάτων τα οποία περιέχει (απόφασης, αναζήτησης, βελτιστοποίησης ...)*
- *Υπολογιστικό Μοντέλο (Μηχανή Τυρινγ, ΡΑΜ, ...)*
- *Τύπο υπολογισμού (ντετερμινιστικός, μή ντετερμινιστικός, πιθανοτικός, ...)*
- *Υπολογιστικό αγαθό που αποτελεί το μέτρο πολυπλοκότητας (χρόνο, χώρο, τυχαία βιτ, επεξεργαστές, μηνύματα, ...)*
- *Όριο για το υπολογιστικό αγαθό (συνάρτηση του μεγέθους της εισόδου)*

# Κλάσεις Πολυπλοκότητας

*Παραδείγματα:*

- *Η κλάση* **NL** *περιλαμβάνει τα προβλήματα απόφασης τα οποία επιλύονται από μη ντετερμινιστική μηχανή Τυρινγ η οποία χρησιμοποιεί χώρο το πολύ* $\log n$*, όπου* $n$ *το μήκος της εισόδου.*
- *Η κλάση* **P** *περιλαμβάνει τα προβλήματα απόφασης τα οποία επιλύονται από ντετερμινιστική μηχανή Τυρινγ η οποία χρησιμοποιεί χώρο το πολύ* $p(n)$*, όπου* $n$ *το μήκος της εισόδου και* $p$ *κάποιο πολυώνυμο.*

**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα**

**Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**

# Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση


- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.


# Σημειώματα

**Σημείωμα Αναφοράς**

**Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Διδάσκων: Λέκτορας Χάρης Παπαδόπουλος «Θεωρία Πολυπλοκότητας». Έκδοση: 1.0. Ιωάννινα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1297.**

# Σημείωμα Αδειοδότησης