



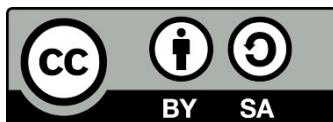
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΑ**



# **Ηλεκτρισμός & Μαγνητισμός**

**Επίλυση κυκλωμάτων  
εναλλασομένου ρεύματος**

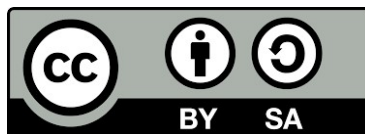
**Διδάσκων : Επίκ. Καθ. Ν. Νικολής**



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# 14. Επίλυση κυκλωμάτων εναλλασσομένου ρεύματος

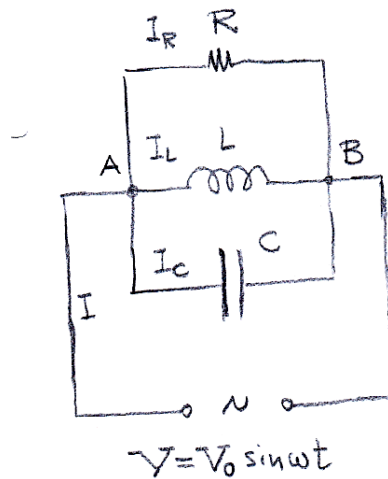
Υπάρχουν τρεις μέθοδοι για την επίλυση κυκλωμάτων εναλλασσομένου ρεύματος: η αλγεβρική, η γεωμετρική και η μέθοδος των μιγαδικών μεγεθών.

## Η αλγεβρική μέθοδος

Στην μέθοδο αυτή, χρησιμοποιούμε τις στιγμιαίες τιμές των ρευμάτων και τάσεων. Εάν δίδεται ότι το συνολικό ρεύμα είναι  $I = I_0 \sin(\omega t)$ , τότε για την τάση γράφουμε  $V = V_0 \sin(\omega t + \phi)$  και αντίστροφα. Για τις στιγμιαίες τιμές, εφαρμόζουμε τους κανόνες του Kirchhoff. Τα ζητούμενα μεγέθη προκύπτουν από την επίλυση των αλγεβρικών εξισώσεων του προβλήματος.

## Παράδειγμα

Δίδεται το κύκλωμα  $RLC$  σε παράλληλη σύνδεση, όπως στο Σχήμα. Εάν  $V = V_0 \sin \omega t$ , να βρεθεί η ένταση του ρεύματος σε κάθε κλάδο, το συνολικό ρεύμα, η εμπέδιση του κυκλώματος και η διαφορά φάσης μεταξύ του συνολικού ρεύματος και της τάσης.



Έστω  $I$  η συνολική, και  $I_R, I_L, I_C$  η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τα στοιχεία  $R, L, C$ , αντίστοιχα. Για τις στιγμιαίες τιμές των ρευμάτων, από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο A έχουμε

$$I = I_R + I_L + I_C \quad (1)$$

Στους τρεις κλάδους εφαρμόζεται η ίδια τάση  $V(t)$ . Άρα, για την αντίσταση έχουμε

$$I_R = \frac{V(t)}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

Για τον πυκνωτή

$$I_C = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(CV) = CV_0 \frac{d}{dt} \sin \omega t \Rightarrow I_C = \omega CV_0 \cos \omega t$$

Για το πηνίο, από τον δεύτερο κανόνα του Kirchhoff έχουμε

$$V - L \frac{dI_L}{dt} = 0 \Rightarrow dI_L = \frac{V(L)}{L} dt = \frac{V_0}{L} \sin \omega t dt \Rightarrow I_L = \frac{V_0}{L} \int \sin \omega t dt = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

Από την (1) βρίσκουμε ότι

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \sin \omega t + \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) V_0 \cos \omega t \quad (2)$$

Μπορούμε να γράψουμε το συνολικό ρεύμα με την μορφή  $I(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$ . Επομένως, πρέπει να προσδιορίσουμε τις σταθερές  $I_0$  και  $\varphi$ . Έχουμε

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cos \varphi \sin \omega t + I_0 \sin \varphi \cos \omega t \quad (3)$$

Προκειμένου οι εκφράσεις (2) και (3) να είναι ίσες κάθε χρονική στιγμή, πρέπει οι συντελεστές του ημιτόνου και συνημιτόνου να είναι ίσοι. Άρα

$$\begin{cases} I_0 \sin \varphi = \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) V_0 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_0 \cos \varphi = \frac{V_0}{R} & (5) \end{cases}$$

Υψώνοντας την (4) και (5) στο τετράγωνο και προσθέτοντας παίρνουμε

$$I_0^2 (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) = \left( \frac{V_0}{R} \right)^2 + \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2 V_0^2 = V_0^2 \left[ \frac{1}{R^2} + \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2 \right]$$

Άρα

$$I_0 = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$

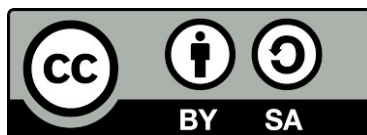
Η εμπέδιση του κυκλώματος είναι

$$Z = \frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}}$$

Η εφαπτομένη της διαφοράς φάσης προκύπτει με διαίρεση της (4) με την (5)

$$\tan \varphi = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R}} = \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) R \quad \Rightarrow \quad \varphi = \tan^{-1} \left\{ \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) R \right\}$$

# Τέλος Ενότητας



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

**Σημειώματα**



# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ.

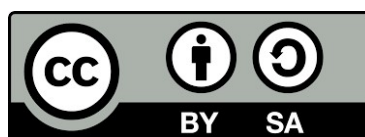
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1298>.

# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων,  
Διδάσκων : Επίκ. Καθ. Ν. Νικολής.  
«Ηλεκτρισμός & Μαγνητισμός. Επίλυση  
κυκλωμάτων εναλλασομένου ρεύματος.  
Έκδοση: 1.0. Ιωάννινα 2014. Διαθέσιμο  
από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1298>.

# Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή, Διεθνής Έκδοση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη.



- [1] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>