



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ



## Άδειες Χρήσης

### Διδακτική Μαθηματικών Ι

Επίλυση προβλήματος (συνέχεια)

Διδάσκων: Επίκουρος Καθ. Κ. Τάτσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



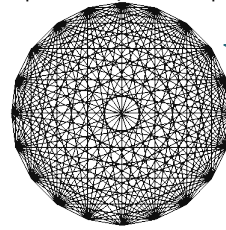
## Διδακτική Μαθηματικών Ι

Μάθημα 4<sup>ο</sup>-5<sup>ο</sup>  
Επίλυση προβλήματος (συνέχεια)

9 Απριλίου 2014

## Παράδειγμα χρήσης ευρετικής

Τοποθετούμε 20 σημεία στην περιφέρεια ενός κύκλου, τα οποία ισαπέχουν μεταξύ τους. Στη συνέχεια ενώνουμε όλα αυτά τα σημεία. Πόσες γραμμές πρέπει να φέρουμε; Τι θα συνέβαινε αν ξεκινούσαμε με 40 σημεία;



Τι θα συνέβαινε αν ξεκινούσαμε με n σημεία;

## Ευρετικές

- Διατύπωσε μία υπόθεση και έλεγξε την (trial and error).
- Ένα ολόκληρο εισιτήριο κοστίζει 6 € και ένα φοιτητικό 4 €. Ο εισπράκτορας πούλησε 13 εισιτήρια και εισέπραξε 66 €. Πόσα ολόκληρα εισιτήρια πούλησε;

## Ευρετικές – trial and error

### Συστηματικός έλεγχος

Ολόκληρα εισιτήρια	Συνολική τιμή	Φοιτητικά εισιτήρια	Συνολική τιμή	Σύνολο	Έλεγχος
13	13·6 = 78	0	0	78 + 0 = 78	×
12	12·6 = 72	1	1·4 = 4	72 + 4 = 76	×
11	11·6 = 66	2	2·4 = 8	66 + 8 = 74	×
...	...	...	...	...	
7	7·6 = 42	6	6·4 = 24	42 + 24 = 66	✓

## Ευρετικές

- Λύσε ένα απλούστερο πρόβλημα (π.χ. μια συγκεκριμένη περίπτωση).
- Χρησιμοποίησε μια αναπαράσταση (πίνακα, σχεδιάγραμμα).
  - Ο Νίκος και 8 φίλοι του πέρασαν τη μέρα τους στο Λούνα Παρκ. Στο τέλος της ημέρας αποφάσισαν να μπουν στο τρενάκι και χωρίστηκαν σε ζευγάρια με τέτοιο τρόπο ώστε ο καθένας να κάνει από μια διαδρομή με τον κάθε φίλο του. Πόσες διαδρομές έκαναν;

## Απάντηση 1

1	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

## Απάντηση 1

2	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

## Απάντηση 1

3	4
	5
	6
	7
	8
	9

Απάντηση 1

4	5
	6
	7
	8
	9

Απάντηση 1

5	6
	7
	8
	9

Απάντηση 1

6	7
	8
	9

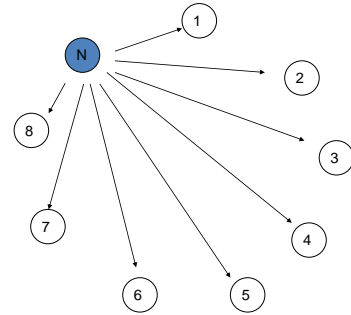
Απάντηση 1

7	8
	9

## Απάντηση 1

8	9
---	---

## Απάντηση 2



## Απάντηση 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)	(1,8)	(1,9)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(2,8)	(2,9)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)	(3,8)	(3,9)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	(4,7)	(4,8)	(4,9)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	(5,7)	(5,8)	(5,9)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	(6,7)	(6,8)	(6,9)
7	(7,1)	(7,2)	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)	(7,7)	(7,8)	(7,9)
8	(8,1)	(8,2)	(8,3)	(8,4)	(8,5)	(8,6)	(8,7)	(8,8)	(8,9)
9	(9,1)	(9,2)	(9,3)	(9,4)	(9,5)	(9,6)	(9,7)	(9,8)	(9,9)

## Απάντηση 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2	(2,1)								
3	(3,1)	(3,2)							
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)						
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)					
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)				
7	(7,1)	(7,2)	(7,3)	(7,4)	(7,5)	(7,6)			
8	(8,1)	(8,2)	(8,3)	(8,4)	(8,5)	(8,6)	(8,7)		
9	(9,1)	(9,2)	(9,3)	(9,4)	(9,5)	(9,6)	(9,7)	(9,8)	

## Απάντηση 4

$$\binom{9}{2} = \frac{9!}{(9-2)! \cdot 2!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9}{7! \cdot 2} = \frac{72}{2} = 36$$

## Ευρετικές

### ■ Λύσε ένα ισοδύναμο πρόβλημα (π.χ. δουλεύοντας αντίστροφα).

- Ο Δημήτρης έχει μια συλλογή από χρωματιστά πλακάκια. Η Αμαλία πήρε 13 πλακάκια από τη συλλογή του και ο Βασίλης πήρε τα μισά από τα υπόλοιπα. Έμειναν 11 στον Δημήτρη. Με πόσα πλακάκια ξεκίνησε;

## Ευρετικές

### ■ Λύσε ένα ισοδύναμο πρόβλημα (π.χ. δουλεύοντας αντίστροφα).

- Μία επιχειρηματίας πηγαίνει στην τράπεζα. Αρχικά πληρώνει 2€ για τη στάθμευση του αυτοκινήτου της και στη συνέχεια καταθέτει τα μισά απ' τα χρήματά της. Στη συνέχεια ταχυδρομεί την απόδειξη κατάθεσης στον ταμιά της εταιρείας της με κόστος 1€. Την επόμενη μέρα επιστρέφει στην τράπεζα, πληρώνει 2€ για στάθμευση και καταθέτει τα μισά απ' τα υπόλοιπα χρήματά της. Στη συνέχεια πληρώνει και 1€ στο ταχυδρομείο. Αν είχε 182€ υπόλοιπο, πόσα χρήματα είχε πριν πάει στην τράπεζα την πρώτη μέρα;

## Απάντηση 1

- $182 + 1 = 183$
  - $183 \cdot 2 = 366$
  - $366 + 2 = 368$

---

  - $368 + 1 = 369$
  - $369 \cdot 2 = 738$
  - $738 + 2 = 740$
  - Επαλήθευση...
- } 2<sup>η</sup> ημέρα
- } 1<sup>η</sup> ημέρα

## Απάντηση 2

- Έστω  $x$  το αρχικό ποσό. Τότε:

$$[(x - 2):2 - 1 - 2]:2 - 1 = 182$$

- Πώς θα λύσουμε αυτή την εξίσωση;

## Ευρετικές

- Χρησιμοποίησε μια αναπαράσταση (πίνακα, σχεδιάγραμμα).

- Η Λίζα και η Άννα κέρδισαν το ίδιο χρηματικό ποσό, αν και η μία εργάστηκε 6 μέρες περισσότερες απ' την άλλη. Αν η Λίζα έπαιρνε 36€ την ημέρα και η Άννα 60€ την ημέρα, πόσες μέρες εργάστηκε η καθεμία;

## Ευρετικές

- Χρησιμοποίησε μια αναπαράσταση (πίνακα, σχεδιάγραμμα).

- Το εστιατόριο της Μαρίας έχει τετράγωνα τραπέζια που χωρούν 1 άτομο σε κάθε πλευρά. Για να καθίσουν μεγαλύτερες παρέες δύο ή περισσότερα τραπέζια ενώνονται. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός τραπέζιων που χρειάζεται για να καθίσουν 19 άτομα μαζί;
- Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός τραπέζιων που χρειάζεται για να καθίσουν 89 άτομα μαζί;

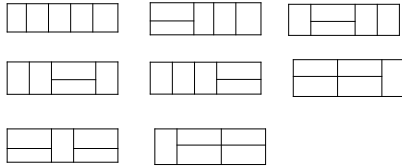
## Ευρετικές

- Χρησιμοποίησε μια αναπαράσταση (πίνακα, σχεδιάγραμμα).

- Στην Ιαπωνία, χρησιμοποιούν χαλιά (που ονομάζονται Tatami), για να καλύψουν όλο το πάτωμα του σπιτιού τους, σε όλα τα δωμάτια. Τα πατώματα καλύπτονται πλήρως από αυτά τα χαλάκια τα οποία είναι περίπου 3x6 μέτρα. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να ταξινομηθούν τα χαλάκια για να καλύψουν ένα πάτωμα 6x15 μέτρα;

## Απάντηση

- Υπάρχουν 8 τρόποι!



## Ευρετικές

- Χρησιμοποίησε μια αναπαράσταση (πίνακα, σχεδιάγραμμα).

- Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα:

Μέγεθος διματιού	6x3	6x6	6x9	6x12	6x15	6x18	6x21	6x24
Αριθμός τρόπων	1	2						

Τι παρατηρείς;



## Τέλος Ενότητας



## Σημειώματα

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



## Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ.  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1315>.

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Διδάσκων:  
Επίκουρος Καθ. Κ. Τάσης. «Διδακτική Μαθηματικών Ι.  
Επίλυση προβλήματος (συνέχεια)». Έκδοση: 1.0.  
Ιωάννινα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή  
διεύθυνση:  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1315>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή, Διεθνής Έκδοση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη.



- [1] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.