



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ



## Άδειες Χρήσης

### Διδακτική Μαθηματικών Ι

Γραμμικότητα – Γεωμετρία

Διδάσκων: Επίκουρος Καθ. Κ. Τάτσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Διδακτική Μαθηματικών Ι

Μάθημα 10<sup>ο</sup>  
Γραμμικότητα  
Γεωμετρία

30 Μαΐου 2014

## Το γραμμικό μοντέλο

*Η γραμμικότητα είναι μια τόσο υποβλητική σχέση που εύκολα κάποιος πέφτει στην παγίδα να αντιμετωπίσει κάθε αριθμητική σχέση σαν να ήταν γραμμική (Freudenthal)*

## Το γραμμικό μοντέλο

- Ο Χάρης είναι ζωγράφος που δουλεύει για μια διαφημιστική εταιρεία. Μια δουλειά που ανέλαβε ήταν να φτιάξει διακοσμήσεις για τα Χριστούγεννα σε διάφορα παράθυρα καταστημάτων. Χθες, έκανε ένα σχέδιο ύψους 56 cm ενός Αγ. Βασιλή στην πόρτα ενός αρτοποιείου. Χρειάστηκε 6 ml χρώμα. Τώρα καλείται να κάνει μια μεγεθυμένη έκδοση του ίδιου σχεδίου σε ένα παράθυρο ενός πολυκαταστήματος. Αυτό το αντίγραφο πρέπει να είναι 168 cm ψηλό. Πόσο χρώμα θα χρειαστεί περίπου;

**Απάντηση Αρ. Μαθητών** (12-16 ετών)

18 ml	43 %
54 ml	43 %



## Το γραμμικό μοντέλο

- Παρέμβαση του ερευνητή: «κάποιοι άλλοι μαθητές απάντησε 54 ml επειδή έλαβε υπόψη και το πλάτος της εικόνας»
- Μαθητής: «Δεν χρησιμοποίησα την εικόνα. Κοίταξα μόνο το κείμενο του προβλήματος. Και το κείμενο μιλά μόνο για ύψος».
- Ερευνητής: Και αν κοίταγες και την εικόνα;
- Μαθητής: Πάλι 18 ml θα ήταν η απάντησή μου. Η απάντησή μου είναι ευκολότερη.
- Όχι, αυτό είναι περίεργη λογική. Το κάνει δύσκολο, ενώ τα μαθηματικά είναι απλή λογική. Η απάντησή μου είναι 18 ml».

## Το γραμμικό μοντέλο

- Ερευνητής: Είσαι σίγουρη για τη λύση;
- Μαθήτρια: Ο τρόπος μου δουλεύει. Δεν ξέρω γιατί. Πάντα λύνω αυτά τα προβλήματα με αυτόν τον τρόπο. Υπολογίζεις για το 1 cm, και τα άλλα ακολουθούν αυτόματα.
- Ερευνητής: Ένας άλλος μαθητής, λαμβάνοντας υπόψη και το πλάτος της εικόνας, απάντησε 54 ml
- Μαθήτρια: Τι; 54 ml; Πολύ μου φαίνεται. Νομίζω ότι η λύση μου είναι πιο λογική. Άλλωστε είναι καλύτερα να κρατάς την πρώτη ιδέα σου.
- ..
- Μαθήτρια: Πράγματι γίνεται τρεις φορές ψηλότερος και τρεις φορές πλατύτερος. Αλλά αυτό σημαίνει ότι το ποσό της μπιγιάς είναι τρεις φορές περισσότερο. Τα 6 ml είναι για όλη την εικόνα, όχι μόνο για το ύψος. Και τα 18 ml είναι πάλι για όλη την εικόνα.

## Το γραμμικό μοντέλο

- Μια ομάδα 5 μουσικών παίζει ένα κομμάτι σε 10 λεπτά. Μια άλλη ομάδα 35 μουσικών θα παίζει το ίδιο κομμάτι της μουσικής. Πόσο χρόνο θα χρειαστεί αυτή η ομάδα για να το παίζει;
  - Γραμμικό μοντέλο ανά τάξη: 3η-38%, 4η-50%, 5η-70%, 6η-60%, 1η Γυμν.-38%
- Σήμερα, ο Βασίλης γίνεται 2 ετών και η Ελένη γίνεται 6 ετών. Όταν ο Βασίλης θα είναι 12 ετών, πόσο θα είναι η Ελένη;
  - Γραμμικό μοντέλο ανά τάξη: 1.5% στη 2α 3η και 4η δημοτικού, ενώ σε ποσοστό μεγαλύτερο από 10% στην 5η και 6η δημοτικού.

## Το γραμμικό μοντέλο

- Η μαμά έβαλε 3 πετσέτες στη σκονί για άπλωμα. Μετά από 12 ώρες ήταν στεγνές. Η γειτόνισσα έβαλε 6 πετσέτες στη σκονί για άπλωμα. Πόσο καιρό τους πήρε για να στεγνώσουν;
  - Γραμμικό μοντέλο ανά τάξη: 2α-41.7% 5η-82.4%
- Η ατμομηχανή ενός τραίνου έχει μήκος 12 m. Εάν 4 βαγόνια συνδέονται με την ατμομηχανή, το τρένο έχει μήκος 52 m. Εάν συνδεθούν 8 βαγόνια με την ατμομηχανή, πόσο μήκος θα έχει το τρένο;
  - Ίδια αύξηση στην 5η

## Το προσθετικό μοντέλο

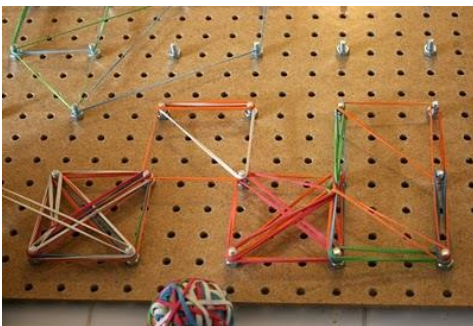
- «Εάν έχεις 3 μπισκότα και εγώ έχω 5 μπισκότα, και οι δυο μαζί έχουμε 8 μπισκότα».
- Μαθηματικό μοντέλο: ένωση συνόλων
  - Εάν το A και το B είναι διακριτά πεπερασμένα σύνολα με  $N(A) = a$  και  $N(B) = b$ , τότε  $N(A \cup B) = a + b$  (όπου  $A \cup B$  η ένωση των συνόλων).

## Το προσθετικό μοντέλο

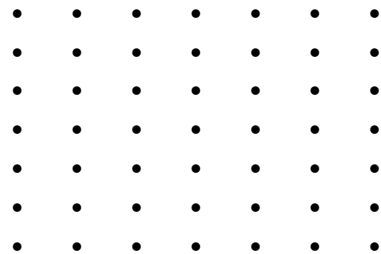
- Ο Κώστας έχει 5 φίλους και ο Γιώργος έχει 6 φίλους. Ο Κώστας και ο Γιώργος αποφασίζουν να κάνουν ένα πάρτι από κοινού. Προσκαλούν όλους τους φίλους τους. Όλοι οι φίλοι είναι παρόντες. Πόσοι φίλοι είναι στο πάρτι;
  - $N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B)$   
(όπου  $A \cap B$  η τομή των συνόλων).
- Η τιμή μιας καρέκλας μειώνεται 20% στην πώληση, και σε επόμενη φάση η τιμή πώλησής της μειώνεται κατά 10%. Ποια είναι η συνολική μείωση;
- Ένα φλιτζάνι γάλα προστίθεται σε ένα φλιτζάνι cornflakes. Πόσα φλιτζάνια μίγματος θα πάρουμε;

## Γεωμετρία

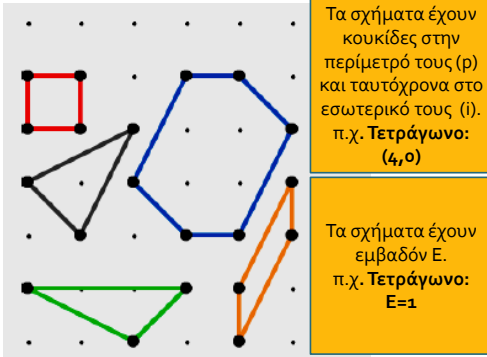
## Γεωπίνακας



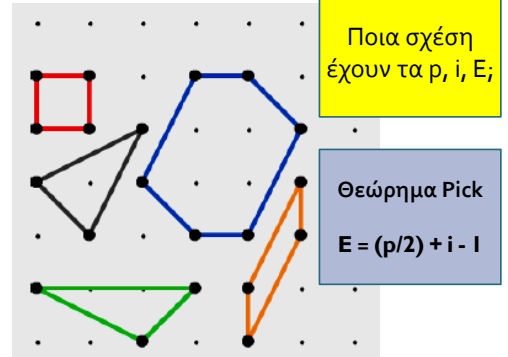
## Περίμετρος και εμβαδόν



## Περίμετρος και εμβαδόν

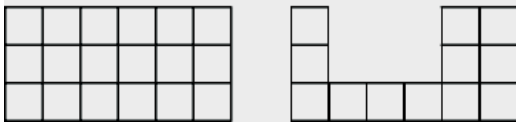


## Περίμετρος και εμβαδόν



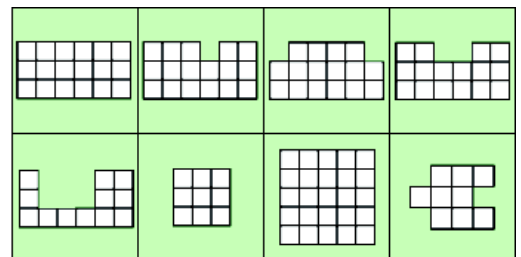
## Περίμετρος και εμβαδόν

- Τι μπορείτε να πείτε για τα παρακάτω σχήματα;



## Περίμετρος και εμβαδόν

- Τι μπορείτε να πείτε για τα παρακάτω σχήματα;



## Τέλος Ενότητας



## Σημειώματα

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



## Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση 1.0 διαθέσιμη εδώ.  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1315>.

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Διδάσκων:  
Επίκουρος Καθ. Κ. Τάτσης. «Διδακτική Μαθηματικών Ι.  
Γραμμικότητα – Γεωμετρία». Έκδοση: 1.0. Ιωάννινα  
2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1315>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή, Διεθνής Έκδοση 4.0 [1] ή μεταγενέστερη.



- [1] <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.